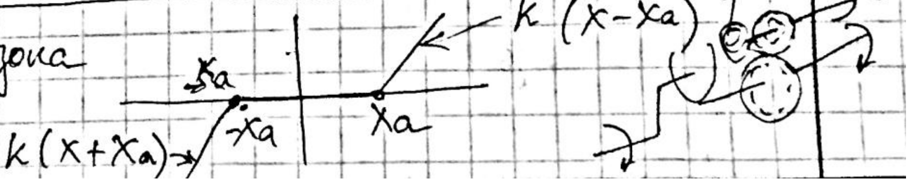
Билет №7

1) Типовые нелинейные элементы. Нелинейные элементы с однозначными непрерывными характеристиками. Мертвая зона насыщения, насыщение с мертвой зоной. Основной (обобщенный) класс нелинейности, принадлежности линейной функции секторам.

Типичные нелин. эл-ты

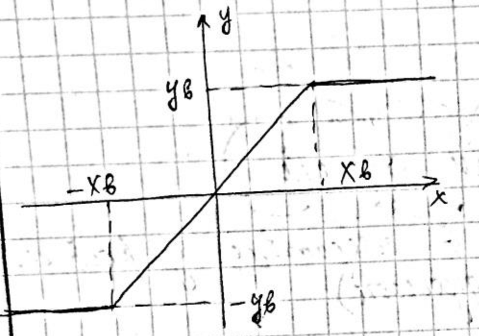
1. Мертвая зона



$$y_N = \begin{cases} 0, & |x| \le x_a \\ k(x-x_a), & x > x_a \\ k(x+x_a), & x < -x_a \end{cases}$$

$\frac{x}{x_a} = \mu$
(для нормализации)

2. Насыщение

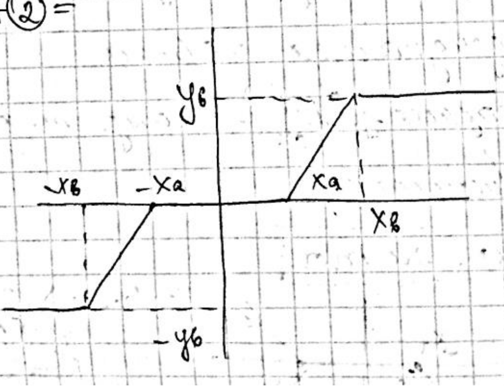


$$y_N = \begin{cases} kx & |x| \le x_в \\ y_в \cdot \underbrace{\mathrm{sign}}_{\text{знак числа}}\, x; & |x| > x_в \end{cases}$$

$\frac{x}{x_в} = \mu \;;\; \frac{y_N}{k x_в} = \eta$

$$\eta = \begin{cases} \mu & |\mu| \le 1 \\ \mathrm{sign}\,\mu & |\mu| > 1 \end{cases}$$ нормализованная х-ка

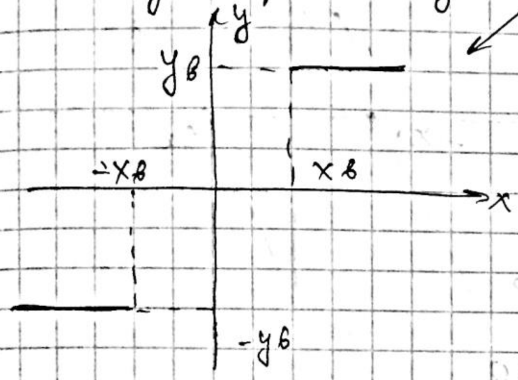
1 + 2 =



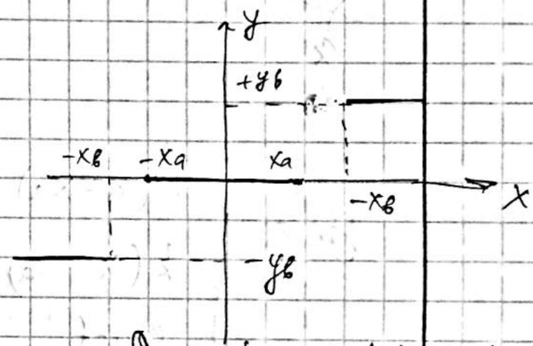
$$\begin{cases} 0 \\ \mu - 1 \\ \mu + 1 \\ (m-1)\,\mathrm{sign}\,\mu \end{cases}$$

3. Нелин. эл-ты с однозначной разрывной хар-кой

2х позиц. реле без гистерезиса



3х пол. реле б/гист

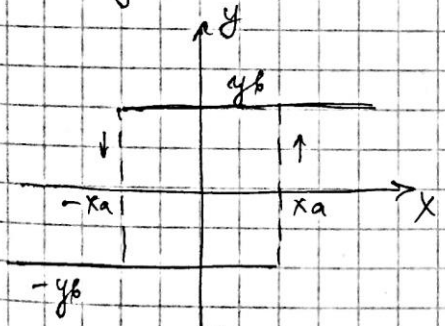


$$y_N = \begin{cases} y_в \operatorname{sign} x \; ; & |x| \geq x_в \\ \text{неопр} & |x| < x_в \end{cases}$$

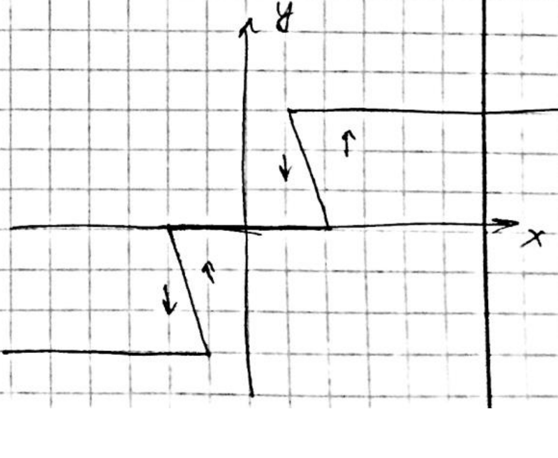
$$y_N = \begin{cases} y_в \operatorname{sign} x \; ; & |x| \geq x_в \\ 0 \; ; & |x| < x_a \\ \text{неопр.} & x_a < |x| < x_в \end{cases}$$

4. Класс с неоднозначными х-ками

2х пд реле



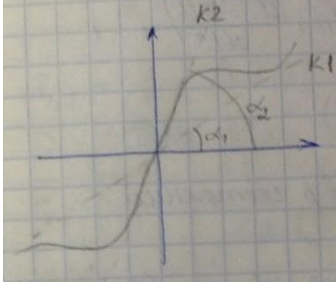
$$y_N = \begin{cases} +y_в, \; \cancel{x > -x} & -x_a < x < \infty, \; \dot{x} < 0 \\ -y_в, & -\infty < x < x_a, \; \dot{x} > 0 \end{cases}$$

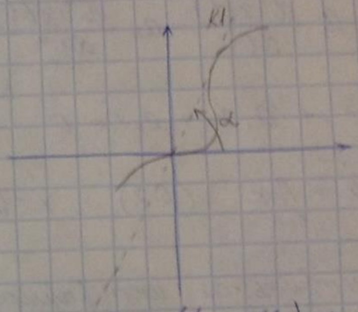


Основной (обобщенный) класс нелинейности, принадлежности линейной функции секторам.

04.10.2014г.

Обобщенный класс НЛ





$(kx - y_N)\, y_N \geq 0$

$y_N = F(x);\quad [k_1, k_2]$

$k_1 \leq \frac{y_N}{x} = \frac{F(x)}{x} \leq k_2$, $x \neq 0$

$y_N = 0,\ x = 0$ – т.з начало координат

$(k_2 x - y_N)(y_N - k_1 x) \geq 0$

$k \to \infty$

$0 \leq \frac{F(x)}{x};\quad x \cdot F(x) \geq 0$

2) Представление систем в пространстве состояний. Запись разностного уравнения в векторной форме (метод прямого программирования). Блок-схема системы в пространстве состояний.

3.6. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Важнейшую роль в современной теории систем управления, в особенности при проектировании многомерных систем, играет метод пространства состояний. Переход к описанию в пространстве состояний может осуществляться различными способами. Ниже демонстрируются два из них. Первый заключается в прямой подстановке новых переменных в разностное уравнение, основу второго составляет аналитическое решение дифференциального уравнения, описывающего линейную систему с экстраполятором нулевого порядка.

Запись разностного уравнения в векторной форме
(метод прямого программирования)

После подстановки в разностное уравнение (3.4-13) индексов,

$$y(k)+a_1y(k-1)+\ldots+a_my(k-m)= \\ =b_0u(k)+b_1u(k-1)+\ldots+b_mu(k-m), \qquad (3.4\text{-}13$$

изменяющихся от k до k+n, получим

$$y(k+n)+a_1y(k+n-1)+\ldots+a_ny(k)= \\ =b_0u(k+n)+b_1u(k+n-1)+\ldots+b_nu(k). \qquad (3.6\text{-}1)$$

Соответствующая дискретная передаточная функция имеет вид

$$G(z)=\frac{y(z)}{u(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\ldots+b_nz^{-n}}{1+a_1z^{-1}+\ldots+a_nz^{-n}}=\frac{b_0z^n+b_1z^{n-1}+\ldots+b_n}{z^n+a_1z^{n-1}+\ldots+a_n}. \qquad (3.6\text{-}2)$$

Введем следующие переменные состояния:

$$y(k)=x_1(k) \qquad (3.6\text{-}3)$$

$$\left.\begin{array}{ll} y(k+1) & =x_2(k)=x_1(k+1) \\ y(k+2) & =x_3(k)=x_2(k+1) \\ \cdot & \quad\cdot \qquad\quad \cdot \\ \cdot & \quad\cdot \qquad\quad \cdot \\ \cdot & \quad\cdot \qquad\quad \cdot \\ y(k+n-1) & =x_n(k)=x_{n-1}(k+1) \\ x(k+n) & \qquad\quad =x_n(k+1) \end{array}\right\} \qquad (3.6\text{-}4)$$

Подставим выражения (3.6-4) в уравнение (3.6-1), положив $b_n = 1$, а $b_0, b_1, \ldots, b_{n-1} = 0$:

$$y(k+n) = x_n(k+1) = -a_1 x_n(k) - a_2 x_{n-1}(k) - \ldots - a_n x_1(k) + 1u(k). \tag{3.6-5}$$

Это соотношение можно представить в форме векторного разностного уравнения

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \tag{3.6-6}$$

и уравнения выхода

$$y(k) = [1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(k) \end{bmatrix}. \tag{3.6-7}$$

Обозначим вектор переменных состояния **x**, матрицу системы **A**, вектор передачи управления **b** и вектор наблюдения **c**:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k), \tag{3.6-8}$$

$$y(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k). \tag{3.6-9}$$

Если $b_n = 1$, а $b_0, b_1, \ldots, b_{n-1} = 0$, то уравнения (3.6-2) и (3.6-3) можно представить в форме

$$y(z) = \frac{1}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n} u(z) = x_1(z). \tag{3.6-10}$$

Если же $b_n \neq 1$ и $b_0, b_1, \ldots, b_{n-1} \neq 0$, уравнения (3.6-2) и (3.6-3) приводятся к виду

$$y(z) = b_n x_1(z) + b_{n-1} z x_1(z) + \ldots + b_0 z^n x_1(z)$$

или

$$y(k) = b_n x_1(k) + b_{n-1} x_1(k+1) + \ldots + b_0 x_1(k+n). \tag{3.6-11}$$

Кроме того, используя уравнение (3.6-4), можно получить выражение

$$y(k) = b_n x_1(k) + b_{n-1} x_2(k) + \ldots + b_1 x_n(k) + b_0 x_n(k+1). \qquad (3.6\text{-}12)$$

Определив $x_n(k+1)$ из соотношения (3.6-5), получаем окончательный результат

$$y(k) = (b_n - b_0 a_n)\, x_1(k) + (b_{n-1} - b_0 a_{n-1})\, x_2(k) + \ldots + \\ + (b_1 - b_0 a_1)\, x_n(k) + b_0 u(k). \qquad (3.6\text{-}13)$$

Это обобщенное уравнение выхода можно также записать в векторной форме:

$$y(k) = [(b_n - b_0 a_n) \ldots (b_1 - b_0 a_1)] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(k) \end{bmatrix} + b_0 u(k)$$

или

$$y(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k) + du(k). \qquad (3.6\text{-}14)$$

При $b_0 = 0$, т. е. для систем без прямой передачи управляющего воздействия, уравнение (3.6-14) приобретает вид

$$y(k) = [b_n \ldots b_1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(k) \end{bmatrix}. \qquad (3.6\text{-}15)$$

Структурная схема, соответствующая разностному уравнению, полученному исходя из соотношений (3.6-4), (3.6-5) и (3.6-12) и

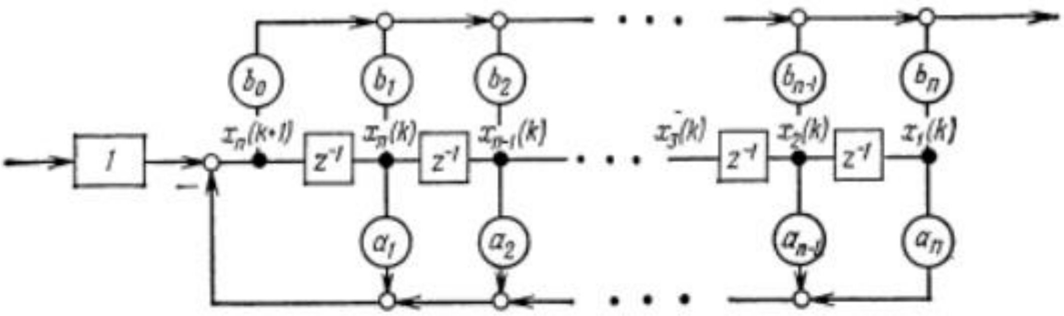


Рис. 3.6.1. Структурная схема разностного управления, записанного в пространстве состояний (нормальная форма).

записанному в пространстве состояний, представлена на рис. 3.6.1 в нормальной форме. Предполагается, что векторное разностное уравнение и уравнение выхода имеют вид

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k), \qquad (3.6\text{-}16)$$

$$y(k) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k) + du(k). \qquad (3.6\text{-}17)$$

Данным уравнениям соответствует блок-схема, показанная на рис. 3.6.2.

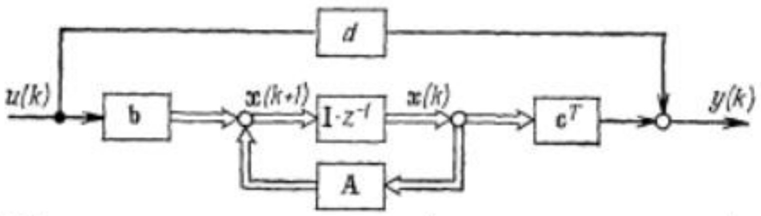


Рис. 3.6.2. Блок-схема системы, описываемой векторным разностным уравнением первого порядка.